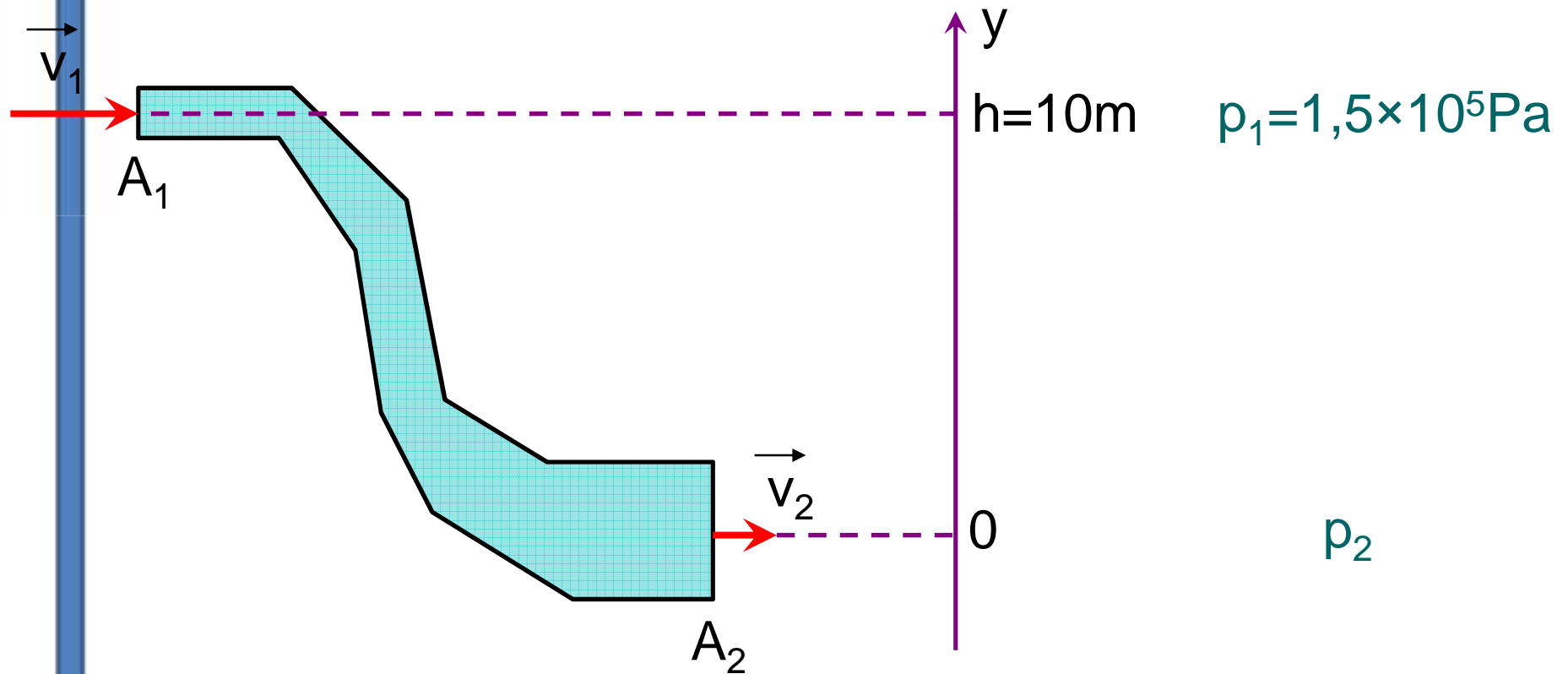


## ESERCIZIO N°1

In un tubo di sezione  $4,0\text{cm}^2$  scorre acqua con velocità di  $5,0\text{m/s}$ . Il tubo poi scende lentamente di  $10\text{m}$  mentre l'area della sua sezione diventa pian piano di  $8,0\text{cm}^2$ . Che velocità ha ora l'acqua? Qual è ora la sua pressione se prima era di  $1,5 \times 10^5\text{Pa}$ ?

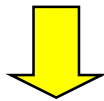


Equazione di continuità:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \rightarrow \quad v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = 2,5 \text{ m/s}$$

Legge di Bernoulli:

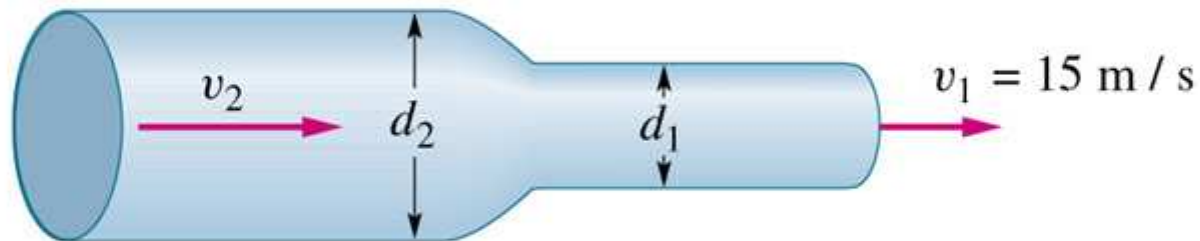
$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$



$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) + \rho g h = 2,67 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

## ESERCIZIO N°2

In un tubo orizzontale scorre acqua che viene poi liberata in atmosfera a una velocità  $v_1=15\text{m/s}$  come illustrato in figura. I diametri delle sezioni di sinistra e di destra del tubo sono rispettivamente di  $5,0\text{cm}$  e  $3,0\text{cm}$ . Che volume d'acqua viene liberato nell'atmosfera durante un periodo di  $10$  minuti? Qual è la velocità  $v_2$  dell'acqua nella sezione sinistra del tubo? Qual è la pressione idrostatica nella stessa sezione?



Volume di acqua che fuoriesce dal tubo nel tempo  $\Delta t=600s$ :

$$\Delta V = A_1 \cdot v_1 \Delta t = \pi r_1^2 v_1 \Delta t = 6,4 m^3$$

Equazione di continuità:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 v_1 = 5,4 m/s$$

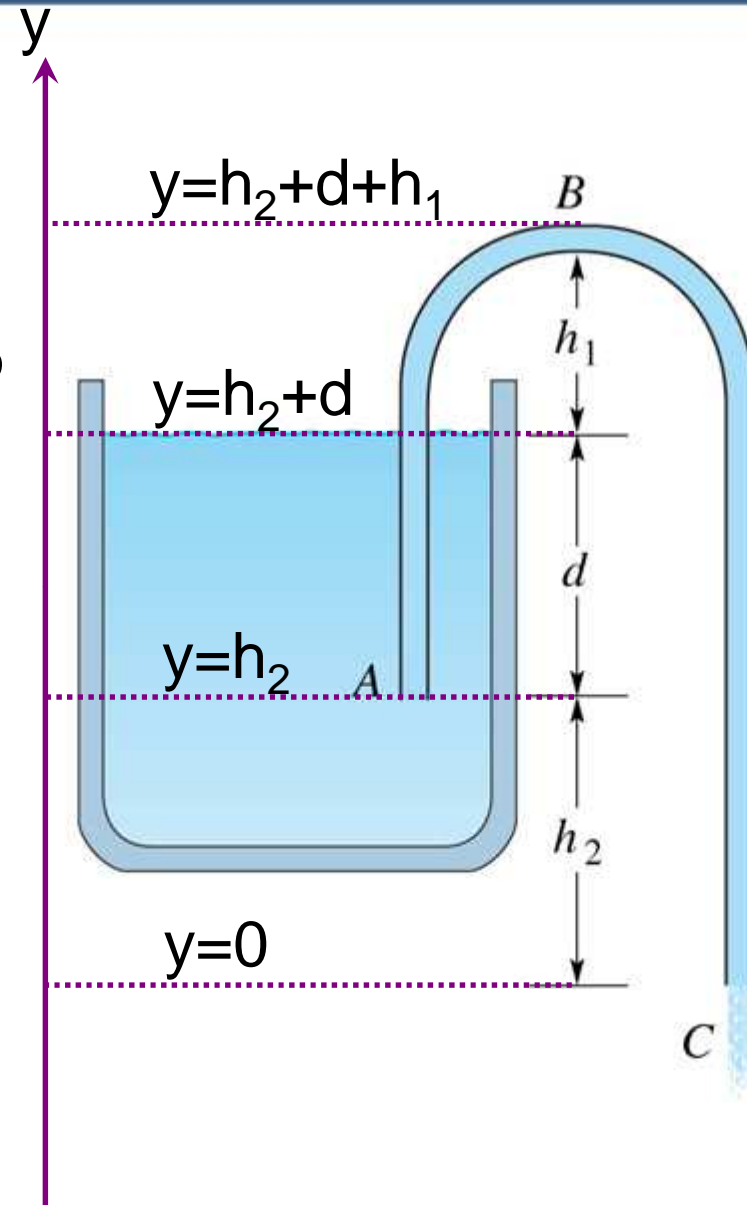
Legge di Bernoulli ( $p_1=1atm=1,01 \times 10^5 Pa$ ):

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \Rightarrow$$

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) = 1,99 \cdot 10^5 Pa$$

### ESERCIZIO N°3

Un sifone è uno strumento utile a rimuovere i liquidi dai contenitori. Funziona come illustrato in figura. Il tubo ABC deve essere inizialmente riempito; una volta fatto questo il liquido scorrerà attraverso il tubo fino a che il livello del liquido nel contenitore scende sotto l'apertura A del tubo. Il liquido ha densità  $\rho=1000\text{kg/m}^3$  e viscosità trascurabile. Le distanze sono  $h_1=25\text{cm}$ ,  $d=12\text{cm}$  e  $h_2=40\text{cm}$ . Con quale velocità emergerà il liquido dall'estremità C? Quale sarà la pressione del liquido nel punto più alto B? Teoricamente, qual è l'altezza  $h_1$  massima alla quale un sifone può sollevare l'acqua?



Legge di Bernoulli tra A e C

(in A il liquido è fermo quindi  $v_A=0$ ):

$$p_A + \rho g h_2 = p_C + \frac{1}{2} \rho v_C^2$$

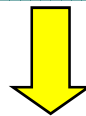
In C la pressione è pari alla pressione atmosferica  $p_0$ .

La pressione in A si ricava applicando la legge di Stevino:

$$p_A = p_0 + \rho g d$$

Sostituendo  $p_A$  e  $p_C$  nella legge di Bernoulli:

$$p_0 + \rho g d + \rho g h_2 = p_0 + \frac{1}{2} \rho v_C^2$$



$$v_C = \sqrt{2g(d + h_2)} = 3,2\text{m/s}$$

- In **B** e in **C** la sezione del tubo è la stessa. Per l'equazione di continuità  $v_B = v_C$

- Applicando il teorema di Bernoulli tra **B** e **C**:

$$p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g (h_1 + d + h_2) = p_C + \frac{1}{2} \rho v_C^2$$



$$p_B = p_C - \rho g (h_1 + d + h_2) = 9,3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

- La massima altezza  $h_1$  è quella per cui  $p_B = 0$  e  $v_B = 0$ :
- Applicando il teorema di Bernoulli tra **A** e **B** (con  $p_B = 0$  e  $v_B = 0$ ):

$$p_A + \rho g h_2 = \rho g (h_2 + d + h_1) \Rightarrow p_A = \rho g (d + h_1)$$

- Tenendo conto del risultato precedente (dalla legge di Stevino):

$$p_A = p_0 + \rho g d \Rightarrow p_0 + \rho g d = \rho g (d + h_1) \Rightarrow h_1 = \frac{p_0}{\rho g} = 10,3 \text{ m}$$